

ALGORITM MATEMATIC PENTRU CALCULUL INCERTITUDINII DE MĂSURARE A UNUI CALIBRU INEL

*Elena DUGHEANU**

Rezumat: *Lucrarea prezintă modul de calcul al incertitudinii de măsurare a unui calibrul inel și algoritmul matematic pentru calculul direct al acesteia.*

Abstract: *The paper presents the mathematic model for the evaluation of the measurement uncertainty for a ring gauge and the algorithm for the computation of its measurement uncertainty.*

Cuvinte cheie: *calibrul inel, incertitudine de măsurare, algoritm de calcul al incertitudinii*

Key words: *ring gauge, uncertainty measurement, mathematic algorithm*

1 Introducere

Calibrele cilindrice netede sunt măsuri terminale de formă cilindrică interioară sau exterioară, mărimea materializată fiind diametrul.

Etalonarea unui calibrul inel neted s-a efectuat conform cu prescripțiile din EAL-G29 și Norma tehnică de metrologie NTM 1-93-90: Etalonarea calibrelor inel.

Ca etaloane se folosesc un comparator de lungime tip Abbe și un calibrul inel din oțel cu diametrul nominal $D_s = 40$ mm, care diferă semnificativ de diametrul calibrului de măsurat, care are un diametru nominal de 90 mm. Forța de măsurare este constantă și are o valoare nominală de 1,5 N pe tot domeniul de măsurare.

Pentru a menține condițiile de mediu, temperatura este atent monitorizată și este menținută în limitele $20 \text{ }^{\circ}\text{C} \pm 0,5 \text{ }^{\circ}\text{C}$.

2 Modelul matematic

Diametrul d_x al calibrului de etalonat corectat pentru temperatura de referință se obține conform relației:

$$d_x = d_s + \Delta l + \delta l_i + \delta l_T + \delta l_P + \delta l_E + \delta l_A \quad (1)$$

unde: d_s – diametrul calibrului etalon la temperatura de referință; Δl – diferența observată la deplasarea direcției de măsurare când palpatoarele ating suprafața interioară a calibrelor în două puncte diametral opuse; δl_i – corecția pentru erorile de indicație ale comparatorului; δl_T – corecția datorită efectelor de temperatură asupra calibrului de etalonat, calibrului etalon și comparatorului de lungimi; δl_P – corecția datorită dezinclinării celor două calibre față de direcția de măsurare; δl_E – corecția datorită deformației elastice a calibrului de etalonat și calibrului etalon; δl_A – corecția datorită diferenței dintre erorile de tip Abbe ale comparatorului la măsurarea diametrului calibrului de etalonat și a calibrului etalon.

3 Componentele incertitudinii de măsurare și algoritmul de calcul

La evaluarea incertitudinii de măsurare am identificat următoarele surse de incertitudine:

- calibrul etalon

*) **Institutul Național de Metrologie**, Șos. Vitan Bârzești nr. 11, cod 042122, sector 4, București,
Tel: (+4021) 334 50 60; 334 48 30; 334 55 20

Diametrul interior al calibrului etalon împreună cu incertitudinea extinsă asociată pentru un factor de extindere $k = 2$, este: $d_s = 40,0007 \text{ mm} \pm 0,2 \text{ } \mu\text{m}$; $u_c = 0,1 \text{ } \mu\text{m}$;

- comparatorul de lungimi (δl_i)

Corecțiile pentru erorile de indicație a scării gradate a comparatorului sunt conform documentației tehnice date de producător. În acest exemplu, acestea sunt egale cu: $\pm (0,3 \text{ } \mu\text{m} + 1,5 \cdot 10^{-6} l_i)$, unde l_i este lungimea indicată în metri. Pentru o diferență de lungime: $D_x - D_s = (90 - 40) \text{ mm} = 50 \text{ mm}$, eroarea este estimată a se afla în intervalul: $\pm 0,375 \text{ } \mu\text{m}$;

- corecțiile de temperatură:

Din măsurări anterioare și pe baza experienței, se poate constata că abaterile temperaturii calibrului de etalonat, calibrului etalon și comparatorului de lungime față de temperatura camerei se găsesc în intervalul $\pm 0,2 \text{ } ^\circ\text{C}$.

Temperatura camerei față de temperatura de referință nu variază cu mai mult de $\pm 0,5 \text{ } ^\circ\text{C}$ în timpul măsurării. Măsurarea este, deci, descrisă de: abaterea temperaturii din încăperea în care se fac măsurările față de temperatura de referință și abaterile temperaturii calibrului de etalonat, a etalonului și comparatorului în timpul măsurării, față de temperatura de referință.

Corecția δl_T datorită influenței temperaturii este determinată conform relației:

$$\delta l_T = [D_s(\alpha_s - \alpha_R) - D_x(\alpha_x - \alpha_R)]\Delta t_A + D_s\alpha_s\delta t_s - D_x\alpha_x\delta t_x - (D_s - D_x)\alpha_R\delta t_R$$

(2)

unde: D_s, D_x – diametrele nominale ale calibrului etalon, respectiv al calibrului de etalonat; $\alpha_R, \alpha_s, \alpha_x$ – coeficienții de dilatare termică ai riglei comparatorului, etalonului și calibrului de etalonat; $\Delta t_A = t_A - t_0$ reprezintă abaterile temperaturii camerei în care se fac măsurările față de temperatura de referință $t_0 = 20 \text{ } ^\circ\text{C}$; $\delta t, \delta t_s, \delta t_R$ – abaterile temperaturii calibrului de etalonat, calibrului etalon și a riglei comparatorului, față de temperatura camerei în care se face măsurarea.

Incertitudinea asociată se determină pe baza următoarelor relații:

$$\delta t_{TA} = [D_s(\alpha_s - \alpha_R) - D_x(\alpha_x - \alpha_R)]\Delta t_A$$

$$\delta t_{Ts} = D_s\alpha_s\delta t_s$$

$$\delta t_{Tx} = D_x\alpha_x\delta t_x$$

$$\delta t_{TR} = (D_s - D_x)\alpha_R\delta t_R$$

(3)

În conformitate cu certificatul de etalonare a calibrului etalon, al datelor producătorului referitor la calibrul de măsurat și al riglei comparatorului, coeficientul de dilatare corespunzător acestora este presupus egal cu $(11,5 \pm 1,0) \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$. Incertitudinea coeficientului de dilatare este reprezentată de o distribuție dreptunghiulară cu limitele: $\pm 2 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$. Utilizând aceste valori și limitele variației de temperatură de $\pm 0,2 \text{ } ^\circ\text{C}$ față de temperatura camerei, pentru o distribuție dreptunghiulară avem următoarele contribuții de incertitudine:

$$u(\delta t_{Ts}) = (40 \text{ mm} \cdot 11,5 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \cdot 0,2 \text{ } ^\circ\text{C} \cdot 10^{-3}) / \sqrt{3} = 0,053 \text{ } \mu\text{m}$$

$$u(\delta t_{Tx}) = (90 \text{ mm} \cdot 11,5 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \cdot 0,2 \text{ } ^\circ\text{C} \cdot 10^{-3}) / \sqrt{3} = 0,120 \text{ } \mu\text{m}$$

$$u(\delta t_{TR}) = (50 \text{ mm} \cdot 11,5 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \cdot 0,2 \text{ } ^\circ\text{C} \cdot 10^{-3}) / \sqrt{3} = 0,066 \text{ } \mu\text{m}$$

$$u(\delta t_{TA}) = (50 \text{ mm} \cdot 2 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \cdot 0,5 \text{ } ^\circ\text{C} \cdot 10^{-3}) / \sqrt{3} = 0,029 \text{ } \mu\text{m}$$

(4)

Incertitudinea standard asociată coeficientului de dilatare formează următorul sub buget, conform tabelului 1.

Tabelul 1. Contribuția incertitudinii datorită coeficientului de dilatare

Mărime X_i	Estimație x_i	Incertitudine standard $u(x_i)$	Distribuție de probabilitate	Coeficient de sensibilitate c_i	Contribuția incertitudinii $u_i(y)$
δt_{TA}	0,0 μm	0,029 μm	-	1,0	0,029 μm
δt_{Ts}	0,0 μm	0,053 μm	-	1,0	0,053 μm
δt_{Tx}	0,0 μm	0,120 μm	-	1,0	0,120 μm
δt_{TR}	0,0 μm	0,066 μm	-	1,0	0,066 μm
δt_T	0,0 μm	-	-	-	0,15 μm

- corecția de coaxialitate (δl_p)

Abateră de la coaxialitatea între palpatorii mașinii și direcția de măsurare se presupune egală cu $\pm 20 \mu\text{m}$. Corecția datorită abaterii presupuse de la coaxialitate și incertitudinea standard asociată este dată de ecuațiile următoare (conform EA-4/02 – Exprimarea incertitudinii de măsurare la etalonare):

$$\delta l_p = 2\left(\frac{1}{D_x} - \frac{1}{D_s}\right) \cdot u^2(\delta c) \quad (5)$$

$$u^2(\delta l_p) = \frac{16}{5} \left(\frac{1}{D_x^2} + \frac{1}{D_s^2}\right) \cdot u^4(\delta c) \quad (6)$$

unde c reprezintă lungimea corzii măsurate de la centrul calibrului. Valoarea corecției este egală cu $\delta l_p = -0,004 \mu\text{m}$. Incertitudinea de măsurare asociată calculată cu formula (6) este: $u(\delta l_p) = 0,0065 \mu\text{m}$. După cum se vede, ponderea ei este foarte mică încât se poate neglija;

- deformațiile elastice

Deformația elastică a calibrului de etalonat și a calibrului etalon la contactul cu palpatorii nu se determină în măsurări curente. Din experiență, efectele rezultate din deformațiile elastice sunt estimate a fi egale cu: $\pm 0,03 \mu\text{m}$;

- corecția erorii de tip Abbe

De asemenea, valorile erorilor de tip Abbe ale comparatorului nu se determină în mod curent la fiecare măsurare. Din experiență și etalonări periodice, efectele datorită acestor erori sunt estimate a fi egale cu: $\pm 0,02 \mu\text{m}$;

- măsurări (Δ). În tabelul 2 sunt date rezultatele experimentale obținute la măsurarea calibrului în diferite secțiuni.

Tabelul 2. Date experimentale

Nr. crt	Obiect	Observații	Măsurand
1	calibru etalon	0. Comparatorul este pus pe zero	diametru, care coincide cu axa inscripționată a cilindrului
2	calibrul de etalonat	49,999 35 mm	diametru măsurat pe o direcție perpendiculară pe axa inscripționată a cilindrului (direcție nominală)
3	calibrul de etalonat	49,999 11 mm	diametru rotit față de axa inscripționată cu 1 mm pe circumferință
4	calibrul de etalonat	49,999 72 mm	diametru rotit față de axa inscripționată cu – 1 mm pe circumferință
5	calibrul de etalonat	49,999 54 mm	diametru măsurat pe axa inscripționată, translatat paralel față de planul simetric, care conține axa inscripționată față, cu 1 mm în sus
6	calibrul de etalonat	49,999 54 mm	diametru măsurat pe axa inscripționată, translatat paralel față de planul simetric, care conține axa inscripționată, la mijlocul înălțimii calibrului
7	calibrul de etalonat	49,999 96 mm	diametru măsurat pe axa inscripționată, translatat paralel față de planul simetric, ortogonal față de axa cilindrului, cu 1 mm în jos

Măsurările pot fi împărțite pe 2 grupe: măsurarea diametrului etalonului care se utilizează pentru punerea comparatorului pe zero (observația 1) și măsurările calibrului de etalonat

(observațiile 2...7), care dau diferența diametrelor: $\bar{\Delta l} = 49,999\ 54\ \text{mm}$. Abaterea standard pentru o singură determinare: este $s(\Delta l) = 0,33\ \mu\text{m}$.

Abaterea standard a mediei s-a obținut egală cu: $s(\bar{\Delta l}) = \frac{s(\Delta l)}{\sqrt{n-1}} = \frac{0,33}{\sqrt{5}} = 0,15\ \mu\text{m}$, unde n

este numărul de măsurări. Abaterea standard pentru o singură observație $s(\Delta l) = 0,18\ \mu\text{m}$ are în vedere efectele datorită abaterilor de formă ale calibrului care se etalonează și a repetabilității comparatorului. Pentru a obține incertitudinea standard asociată diferenței medii dintre diametre, se ia în considerare și incertitudinea datorită punerii pe zero a comparatorului. Aceasta este dedusă din estimăția abaterii standard $s_p(0) = 0,25\ \mu\text{m}$, dacă se consideră rezoluția comparatorului de $1\ \mu\text{m}$. Incertitudinea rezultantă referitoare la măsurarea diametrelor este:

$$u(\Delta l) = \sqrt{s^2(\bar{\Delta l}) + s_p^2(0)} = 0,30\ \mu\text{m}$$

Tabelul 3. Bugetul de incertitudine

mărim X_i	estimație x_i	incertitudine standard $u(x_i)$	distribuția de probabilitate	coeficient de sensibilitate c_i	contribuția incertitudinii $u_i(y)$
d_s	40,0007 mm	0,10 μm	normală	1,0	0,10 μm
Δl	49,999 55 mm	0,30 μm	normală	1,0	0,30 μm
δl_i	0,0 μm	0,22 μm	dreptunghiulară	1,0	0,22 μm
δl_T	0,0 mm	0,15 μm	normală	1,0	0,15 μm
δl_P	0,000 004 mm	0,0065 μm	dreptunghiulară	1,0	0,0065 μm
δl_E	0,0 μm	0,018 μm	dreptunghiulară	1,0	0,018 μm
δl_A	0,0 μm	0,012 μm	dreptunghiulară	1,0	0,012 μm
d_x	90,000 25 mm				0,433 μm

Incetitudinea extinsă: $U = 2 \cdot u(d_x) = 2 \cdot 0,433\ \mu\text{m} = 0,9\ \mu\text{m}$

Raportarea rezultatului: Diametrul calibrului măsurat este: $(90,000\ 3 \pm 0,0009)\ \text{mm}$.

Ținând cont de modelul matematic asociat incertitudinii de măsurare, am elaborat un algoritm de calcul care poate fi utilizat pentru calculul direct al incertitudinii, doar prin introducerea următoarelor date: valoarea nominală a diametrului calibrului de măsurat, diametrul calibrului etalon, valoarea temperaturii la care s-a efectuat măsurarea și valorile efectiv măsurate cu comparatorul de lungimi.

Algoritm pentru calculul incertitudinii de măsurare a unui calibrul inel

Date inițiale:						
diametrul calibrului de etalonat, D_x :		D_x	0.09		m	
diametrul calibrului etalon, D_s :		D_s	0.04		m	
abaterea față de temperatura de referință, Δt :		Δt	0.2		$^{\circ}\text{C}$	
coeficientul de dilatare (mașină, calibrul etalon, calibrul de etalonat) k :		k	11.5		$^{\circ}\text{C}^{-1}$	
variația coeficientului de dilatare, $\Delta k(x,s,m)$:		Δk	2		$^{\circ}\text{C}^{-1}$	
diferența dintre temperaturile etalonului și calibrului, Δt :		Δt	0.2		$^{\circ}\text{C}$	
incertitudinea calibrului etalon, U_c		$0,1+0,5 \cdot D_s$	0.12		μm	
incertitudinea mașinii, U_m		$0,25+0,25 \cdot D_x$	0.2725		μm	
dezalinierea între direcția de măsurare și palpatori		$L \Delta p$	0.02		μm	
deformația elastică dintre palpator și calibrul		Δe	0.03		μm	
corecția erorii tip Abbe a mașinii		ΔA	0.03		μm	
observații repetate:		s	0.296 648		μm	
0.8	0.3	0.1	0.7	0.3		
						varianta
Componenta incertitudinii:				$u(x_i)$	$u(x_i) \cdot u(x_i)$	
calibrul etalon				0.12	0.0144	
mașină				0.2725	0.074 256 25	
temperatură:						
		$(D_x - s) \cdot \Delta k \Delta t$		0.011 561	0.000 133 65	
		$D_s \cdot \Delta k \Delta t$		0.053 179	0.002 828 026	
		$D_x \cdot \Delta k \Delta t$		0.119 653	0.014 316 883	
		$(D_s - D_x) \Delta k \Delta t_m$	0.115	0.066 474	0.004 418 791	
coaxialitate				0.011 561	0.000 133 65	
deformații elastice				0.017 341	0.000 300 712	
corecția tip Abbe				0.017 341	0.000 300 712	
s				0.296 648	0.088	
varianța					0.199 088 673	
incertitudinea compusă	u_c:				0.446 193 538	μm
incertitudinea extinsă	U	$k = 2$			0.892 387 076	μm
					0.9	μm

4 Concluzii

Calibrele etalon reprezintă o poziție importantă în schema de ierarhizare a mijloacelor de măsurare pentru domeniul lungimii, întrucât ele se utilizează de către laboratoarele de metrologie atât pentru diseminarea unității de măsură în domeniul calibrelor netede, cât și pentru reglarea mașinilor de măsurat lungimi din întreaga industrie.

Algoritmul de calcul elaborat pentru calculul incertitudinii de măsurare a calibrelor inel are o largă și directă aplicabilitate în multe laboratoare de metrologie de vârf sau industriale, fiind accesibil utilizatorilor. De asemenea, poate constitui un model pentru elaborarea a noi algoritmi de calcul pentru alte etaloane de referință și de lucru existente în laboratoarele de metrologie.

Bibliografie

[1] SR EN ISO 13005:2003, “Ghid de exprimare a incertitudinii de măsurare”

[2] Boiciuc D, Elena Dugheanu, Cramarescu R, „Schema de ierarhizare a etaloanelor din domeniul Lungimi”, Metrologie 1 (1999), pp 23-29

[3] R. Cramarescu, Norma Tehnică de Metrologie: NTM 1-93-90: “Etalonarea calibrelor netede”, Ed. Tehnică, București, 1990

[4] EA -4/02: Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration, 1999, pp 72-79

[5] Procedura specifică PS – 30 – 1.1 - INM: „Etalonarea calibrelor cilindrice netede”.

- Prezentat în data de: 15 septembrie 2006; acceptat în data de: 15 octombrie 2006
- Revizie științifică: *dr. ing. Dragoș BOICIUC*



- Absolventă a Institutului Politehnic București, Facultatea de Mecanică, secția Mecanică Fină, 1984
- Cercetător științific II la Institutul Național de Metrologie, 2003
- Șef colectiv Lungimi la Institutul Național de Metrologie, 2000
- Teza de doctorat susținută la Universitatea „Politehnica” din București, Facultatea Electronică, Telecomunicații și Ingineria Informației, oct.2007

Elena DUGHEANU